TU Clausthal

Clausthal University of Technology

Zur Treffsicherheit der experimentellen Dauerfestigkeitsschätzung

C. Müller, K. Hinkelmann, R. Masendorf, A. Esderts

Technical Report Series

Fac3-14-02

Faculty of
Mathematics/Computer Science
and Mechanical Engineering
Clausthal University of Technology

Impressum

Publisher: Fakultät für Mathematik/Informatik und Maschinenbau,
Technische Universität Clausthal
Leibnizstraße 32, 38678 Clausthal-Zellerfeld, Germany
Editor-in-chief: Alfons Esderts
Technical editor: Martina Wächter
Contact: martina.waechter@tu-clausthal.de
URL: http://www.fakultaet3.tu-clausthal.de/forschung/technical-reports/
ISSN: 1869-8018

The Faculty of Mathematics/Computer Science and Mechanical Engineering Review Board

Zur Treffsicherheit der experimentellen Dauerfestigkeitsschätzung

Christian Müller
Karsten Hinkelmann
Rainer Masendorf
Alfons Esderts

TU Clausthal – Institut für Maschinelle Anlagentechnik und Betriebsfestigkeit
Leibnizstraße 32
D-38678 Clausthal-Zellerfeld
+495323/72-2201

Abstract

Kurbelwellen, Radsatzwellen und Pleuel sind typische Bauteile, für die eine dauerfeste Auslegung vorgenommen wird. Zur experimentellen Schätzung der Dauerfestigkeit sind zahlreiche Verfahren vorhanden. Oft findet das Treppenstufenverfahren Anwendung. Für die Auswertung von Treppenstufenversuchen existieren mehrere Methoden. Werden verschiedene Auswertemethoden auf dieselbe Treppenstufenfolge angewendet, können große Unterschiede in den Ergebnissen auftreten. Für ein Einzelversuchsergebnis ist in der Regel unklar, welche Methode die beste Abschätzung liefert.

In diesem Beitrag werden Monte-Carlo-Simulationen angewendet, um die Auswertemethoden miteinander zu vergleichen. Für die Schätzung von Mittelwert und Standardabweichung von logarithmischen Normalverteilungen werden Hinweise bezüglich der Anwendbarkeit der Auswertemethoden gegeben.

1 Einleitung

Zur betriebssicheren Auslegung von Bauteilen ist neben einer zuverlässigen Lastannahme auch die Kenntnis der Bauteilfestigkeit erforderlich. Für viele Bauteile, wie Kurbelwellen im PKW oder Radsatzwellen im Schienenfahrzeug, ist dabei die Dauerfestigkeit von großer Bedeutung. Die Dauerfestigkeit ist die Spannungsamplitude, die ein Bauteil bei zyklischer Belastung theoretisch ohne Versagen unendlich oft ertragen kann. Für viele Werkstoffe existiert keine derart ausgeprägte Dauerfestigkeit, [Sons 05]. Daher soll im Folgenden unter dem Begriff Dauerfestigkeit die bei einer Ecklastschwingspielzahl ertragbare Amplitude verstanden werden. Die Ecklastschwingspielzahl ist die Lebensdauer, die den Beginn des Dauerfestigkeitsbereichs markiert. Zur experimentellen Dauerfestigkeitsermittlung können unterschiedliche Verfahren eingesetzt werden. Häufig zitiert wird das Treppenstufenverfahren, [Dixo 48], das Abgrenzungsverfahren, [Maen 77], das Probit-Verfahren, [Finn 47], und die Kombination aus Treppenstufen- und Abgrenzungsverfahren, [Klub 95].

Aufgrund seiner vergleichsweise einfachen Versuchsplanung und Versuchsdurchführung wird das Treppenstufenverfahren oft angewendet. Die Auswertung eines Treppenstufenversuchs kann nach unterschiedlichen Methoden, wie z.B. Hück, [Hück 83], Maximum-Likelihood, [Liu 01], oder Deubelbeiss, [Deub 74], erfolgen. **Abbildung 1** zeigt eine Beispieltreppenstufenfolge, die mit den drei zitierten Methoden bezüglich des Mittelwerts $S_{aD50\%}$ und der Standardabweichung ausgewertet wurde. Stellvertretend für die Standardabweichung ist die Dauerfestigkeit $S_{aD10\%}$ für eine Ausfallwahrscheinschein-lichkeit von P_A = 10 % eingetragen.

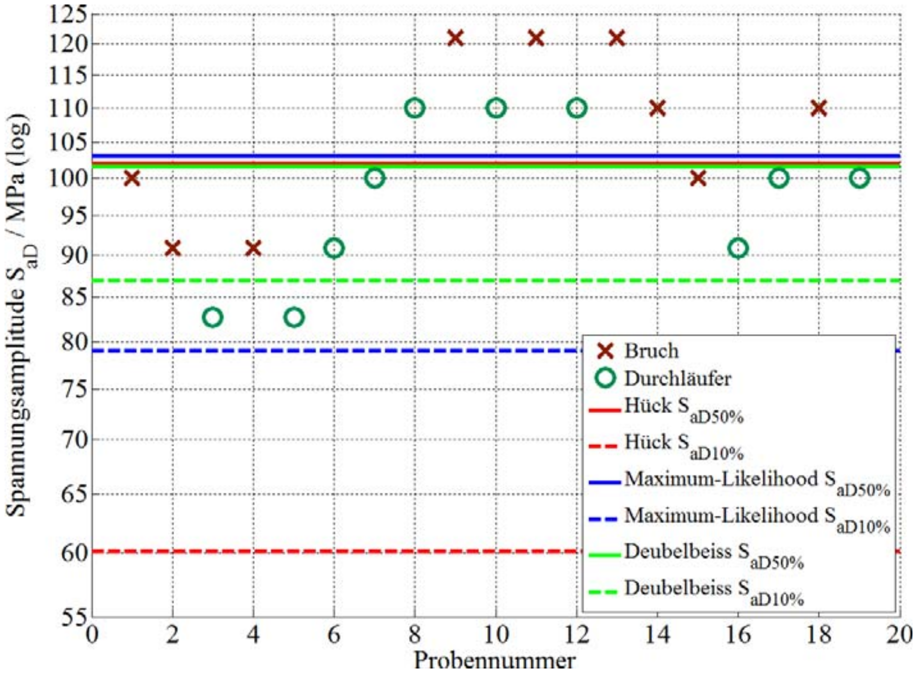


Abbildung 1: Auswertung einer Treppenstufenfolge mit den Methoden nach Hück, Maximum-Likelihood und Deubelbeiss

Alle verwendeten Methoden liefern nahezu den gleichen Mittelwert $S_{aD50\%}$. Sie unterscheiden sich jedoch deutlich in der Abschätzung der Standardabweichung, was sich in den unterschiedlichen Schätzungen der 10%-Dauerfestigkeit $S_{aD10\%}$ zeigt.

Im Versuch ist es für den Anwender nicht möglich zu entscheiden, welches die beste Schätzung ist. Hinweise über die Güte der Auswertemethoden, die eine Entscheidung erleichtern können, finden sich in der Literatur nur vereinzelt, siehe [Liu 01]. In diesem Beitrag werden verschiedene Auswertemethoden für das häufig angewendete Treppenstufenverfahren mit Hilfe von Monte-Carlo-Simulationen untersucht und bewertet.

Mit der Monte-Carlo-Simulation werden zahlreiche Parametervariationen durchgeführt. In diesem Beitrag können nur ausgewählte Beispiele gezeigt werden. Für die Untersuchungen wird die weit verbreitete Annahme unterstellt, dass Schwingfestigkeitskennwerte einer logarithmischen Normalverteilung folgen, [Buxb 92].

2 Prinzip des Treppenstufenverfahrens

Der Bereich der geschätzten Dauerfestigkeit wird aufgrund der unterstellten logarithmischen Normalverteilung in Spannungshorizonte mit einem logarithmisch äquidistanten Stufensprung d eingeteilt, **Abbildung 2**. Auf einem beliebigen Horizont innerhalb der geschätzten Dauerfestigkeit wird der erste Versuch angesetzt. Die Probe wird so lange geprüft bis sie versagt (z.B. Bruch) oder eine Abbruchschwingspielzahl erreicht (Durchläufer). Je nach eingetretenem Ereignis (Bruch oder Durchläufer) wird die Folgeprobe auf dem nächsthöheren oder nächstniedrigeren Horizont eingesetzt, **Abbildung 2**.

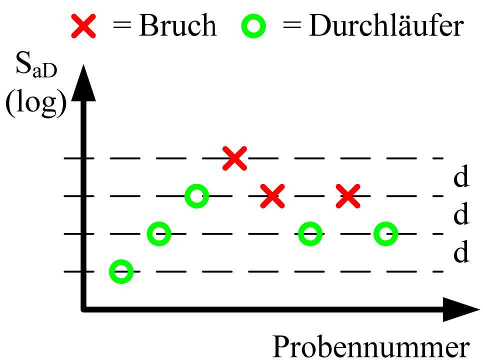


Abbildung 2: Versuchsführung im Treppenstufenversuch

2.1 Simulation von Treppenstufenfolgen

Dauerfestigkeitskennwerte besitzen einen Mittelwert und eine Standardabweichung. In realen Versuchen sind der Mittelwert und die Standardabweichung der Grundgesamtheit in der Regel unbekannt. Daher sind reale Versuche zur Bewertung von Auswertemethoden ungeeignet. Bei einer Monte-Carlo-Simulation, wie sie z.B. [Hück 83] anwendet, werden Mittelwert $S_{aD50\%,Vorgabe}$ und logarithmische Standardabweichung $s_{Vorgabe,log,S}$ (= Standardabweichung der logarithmierten Merkmalswerte) vorgegeben. Dabei werden in der Betriebsfestigkeit typische Größenordnungen verwendet, vgl. [Aden 01]. Die Werte der Grundgesamtheit sind somit bekannt. Die durch die Auswertemethoden geschätzten Parameter können auf die der Grundgesamtheit bezogen und bewertet werden.

Wie im realen Versuch wird der Bereich der Dauerfestigkeit in der Simulation in äquidistante Laststufen eingeteilt, **Abbildung 3**. Da Mittelwert $S_{aD50\%,Vorgabe}$ und logarithmische Standardabweichung $s_{Vorgabe,log,S}$ der Grundgesamtheit bekannt sind, kann im Simulationsmodell jeder Laststufe eine exakte Ausfallwahrscheinlichkeit zugewiesen werden, **Abbildung 3**. Für jede eingesetzte Probe wird eine gleichverteilte Zufallszahl zwischen Null und Eins berechnet, die die Festigkeit der Probe repräsentiert. Diese Zufallszahl der Probe wird mit der Ausfallwahrscheinlichkeit auf dem Lasthorizont verglichen, **Abbildung 3**. Ist sie größer als die Ausfallwahrscheinlichkeit, so handelt es sich um einen Durchläufer, andernfalls um einen Bruch. Je nach eingetretenem Ereignis wird die Folgeprobe auf dem nächsthöheren (Durchläufer) oder nächstniedrigeren (Bruch) Lasthorizont eingesetzt und eine neue Zufallszahl gezogen, **Abbildung 3**.

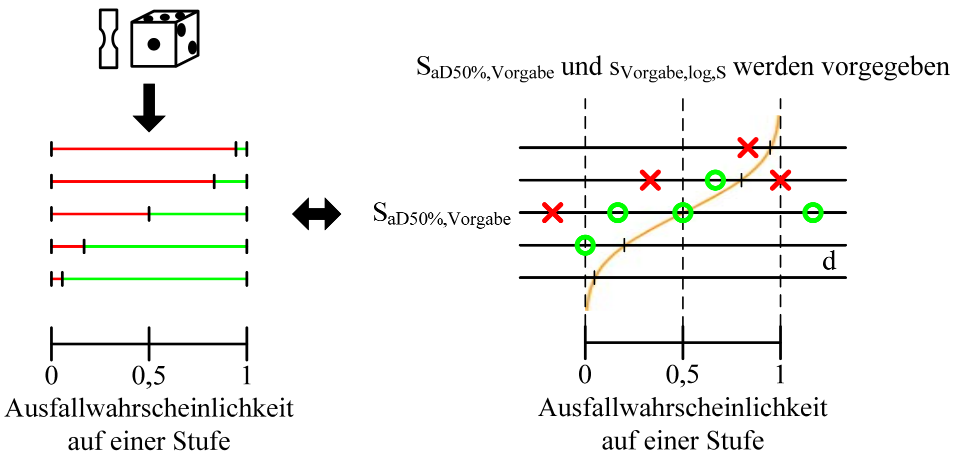


Abbildung 3: Abbildung von Treppenstufenversuchen mit der Monte-Carlo-Simulation

2.1.1 Wahl des Startwerts

Prinzipiell kann eine Treppenstufenfolge auf einem beliebigen Lasthorizont beginnen. Um möglichst viele auswertbare Ergebnisse zu produzieren, ist es jedoch wünschenswert, nahe dem Mittelwert der Grundgesamtheit zu starten. In der Praxis kann der Versuchsingenieur dazu eine rechnerische Dauerfestigkeit z.B. nach [Berg 99], [FKM 12], [Gude 99] oder [Marq 03] schätzen. Diese rechnerischen Dauerfestigkeiten stimmen im Mittel in etwa mit der Grundgesamtheit überein, besitzen jedoch eine nicht zu vernachlässigende Streuung, [Ellm 11] und [Euli 99]. Wird davon ausgegangen, dass der verwendete Startwert einer logarithmischen Normalverteilung folgt, dann kann dieser in der Simulation zufällig gewählt werden. Im Mittel startet die Treppenstufenfolge auf dem vorgegebenen Mittelwert $S_{aD50\%,Vorgabe}$. Der Startwert streut um diesen Mittelwert mit einer Streuspanne von $T \approx 1{,}5$, [Ellm 11] und [Euli 99]. Die Streuspanne T ist der Quotient aus 90%-Quantil und 10%-Quantil. Diese Wahl des Startwertes ist identisch mit der in [Müll 12] vorgestellten Methode.

2.1.2 Wahl der Standardabweichung

Wertet ein Versuchsingenieur im Laufe der Zeit eine Vielzahl von Versuchsreihen aus, werden ihm Treppenstufenfolgen mit unterschiedlichen Streuungen begegnen. Die Streuung, bzw. die logarithmische Standardabweichung, ist damit selbst Streuungen unterlegen, [Aden 01]. Eine typische Streuspanne der logarithmischen Standardabweichung ist $T \approx 3{,}25$ ($s_{log,S,s} \approx 0{,}2$), [Aden 01]. Analog zur Wahl des Startwerts wird angenommen, dass die logarithmische Standardabweichung selbst wiederum einer logarithmischen Normalverteilung folgt. In der vorliegenden Simulation wird die logarithmische Standardabweichung $s_{Vorgabe,log,S}$ im Mittel zu $s_{Vorgabe,log,S,50\%}$ gewählt und besitzt selbst eine logarithmische Standardabweichung von $s_{log,S,s} = 0{,}2$.

Durch diese Modellbildung wird der Tatsache Rechnung getragen, dass bei der praktischen Durchführung von Treppenstufenversuchen unterschiedliche Quotienten aus logarithmischer Standardabweichung $s_{Vorgabe,log,S}$ und Stufensprung d vorhanden sind. Das heißt, dass das Verhältnis $s_{Vorgabe,log,S}$ / d streut. Diese Quotienten haben einen entscheidenden Einfluss auf das Auswertungsergebnis eines Treppenstufenversuchs, [Hück 83] und [Liu 01].

2.1.3 Zusammenfassung Simulationsparameter

Die beschriebenen Randbedingungen zur Simulation von Treppenstufenfolgen erlauben eine realitätsnahe Abbildung des Treppenstufenversuchs. In der hier angewendeten Simulation existieren fest vorgegebene und zufällig gewählte Parameter, die nachfolgend zusammengefasst sind, **Abbildung 4**. Fest vorgegeben werden:

- Mittlere Dauerfestigkeit der Grundgesamtheit $S_{aD50\%,Vorgabe}$
- Mittlere logarithmische Standardabweichung der Grundgesamtheit $s_{Vorgabe,log,S,50\%}$
- Streuspanne der Startwertschätzung
- Streuspanne der logarithmischen Standardabweichung
- Mittleres Verhältnis Standardabweichung zu Stufensprung $s_{Vorgabe,log,S,50\%}$ / d
- Stichprobenumfang n

Daraus werden die folgenden festen und zufälligen Parameter berechnet, vgl. **Abbildung 4**:

- Startwert der Treppenstufenfolge (zufällig)
- Aktuelle logarithmische Standardabweichung $s_{Vorgabe,log,S}$ (zufällig)
- Verhältnis Standardabweichung zu Stufensprung $s_{Vorgabe,log,S}$ / d (zufällig)
- Stufensprung d (fest → $s_{Vorgabe,log,S}$ / d zufällig)

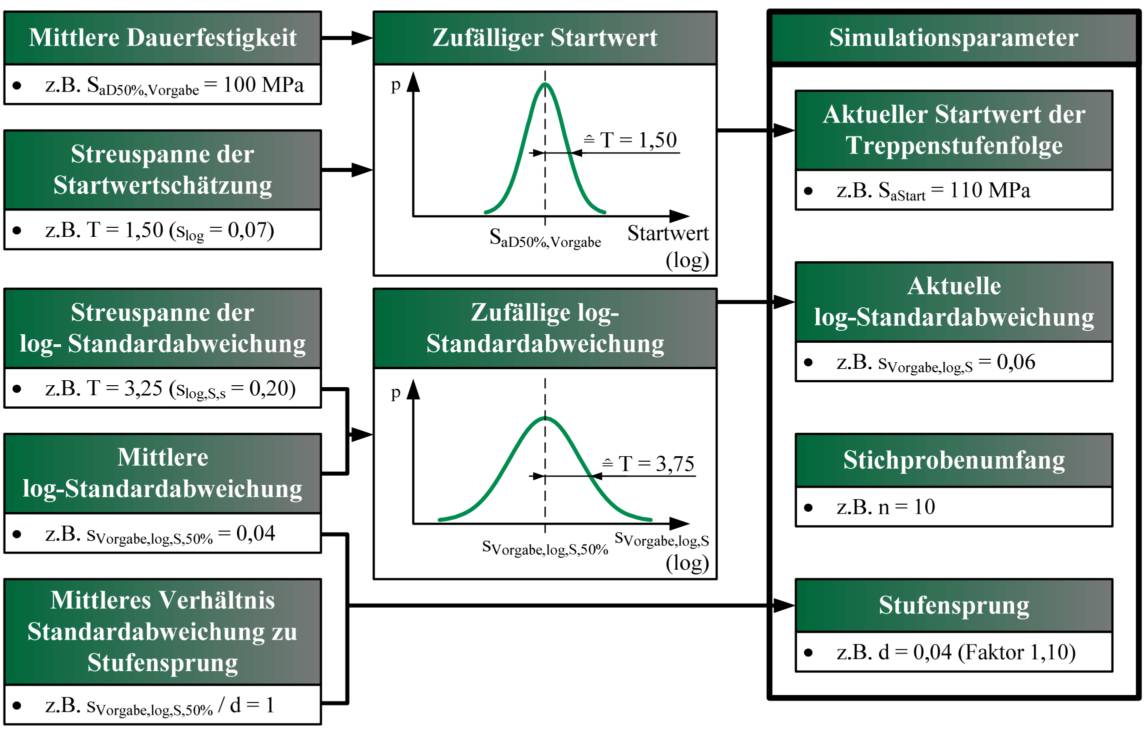


Abbildung 4: Prinzip zur Bestimmung der Simulationsparameter

3 Auswertemethoden für Treppenstufenversuche

Die nach der geschilderten Vorschrift ermittelten Treppenstufenfolgen können nach unterschiedlichen Methoden ausgewertet werden. Hier werden die Methoden nach Hück, [Hück 83], Maximum-Likelihood, [Liu 01], und Deubelbeiss, [Deub 74], sowie die Kombination mit dem Abgrenzungsverfahren nach [Klub 95] betrachtet.

3.1 Auswertung des Treppenstufenversuchs nach Hück

Um eine Treppenstufenfolge nach der in [Hück 83] vorgestellten Methode auszuwerten zu können, ist sie zunächst aufzubereiten. Versuchspunkte, die zu Beginn der Treppenstufenfolge auftreten, aber im Laufe der Folge nicht bestätigt wurden, werden entfernt (sogenannter Anschnitt), vgl. **Abbildung 2** mit **Abbildung 5**. Sie tragen nicht zur Auswertung bei. Der auswertbare Stichprobenumfang wird kleiner.

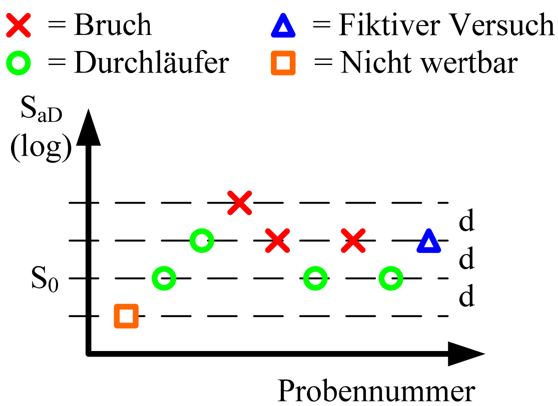


Abbildung 5: Für die Auswertung nach Hück aufbereitete Treppenstufenfolge

Die Auswertemethode nach Hück unterscheidet nicht zwischen dem Ereignis Bruch und Durchläufer auf einem Horizont. Daher kann der Versuchsfolge ein fiktiver Versuch angehängt werden, der sich allein aus der Versuchsvorschrift ergibt, **Abbildung 5**.

Für die aufbereitete Versuchsfolge wird mit Hilfsgrößen der arithmetische Mittelwert $S_{aD50\%}$ und eine Hilfsvarianz berechnet. Die Hilfsvarianz wird unter Verwendung eines Diagramms einer Korrektur unterzogen. Die Korrektur liefert den Schätzwert für die logarithmische Standardabweichung $s_{log,S}$.

3.2 Auswertung des Treppenstufenversuchs nach Maximum-Likelihood

Für die Auswertung nach Maximum-Likelihood, [Liu 01], ist eine Aufbereitung der Treppenstufenfolge nicht nötig. Die Methode ist in der Lage alle gefahrenen Versuchspunkte einzubeziehen. Maximum-Likelihood benötigt die Information über die Anzahl von Brüchen und Durchläufern je Horizont. Daher ist es nicht möglich, der Treppenstufenfolge einen fiktiven Versuch anzuhängen.

Die Bestimmung der Parameter Mittelwert und logarithmische Standardabweichung erfolgt iterativ. Dazu muss für die beiden Parameter je ein Startwert vorgegeben werden. Für das Startwertepaar wird die Übereinstimmungswahrscheinlichkeit mit der vorliegenden Treppenstufenfolge berechnet. Durch Variation des Parameterpaars werden weitere Übereinstimmungswahrscheinlichkeiten bestimmt, **Abbildung 6**. Der nach Maximum-Likelihood geschätzte Mittelwert $S_{aD50\%}$ sowie die zugehörige logarithmische Standardabweichung $s_{log,S}$ sind das Parameterpaar mit der höchsten Übereinstimmungswahrscheinlichkeit, **Abbildung 6**.

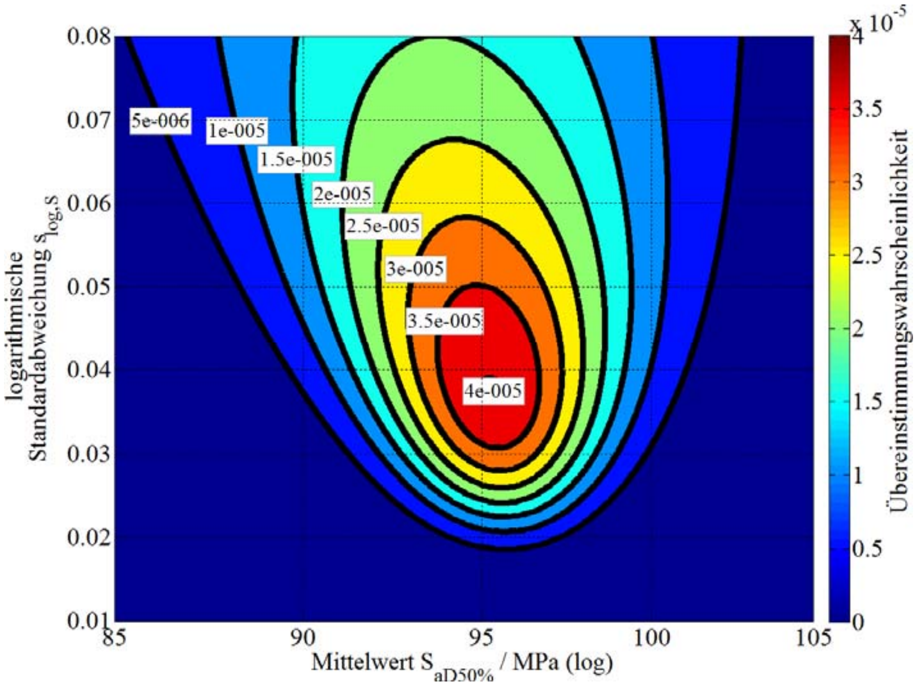


Abbildung 6: Übereinstimmungswahrscheinlichkeiten mit einer Treppenstufenfolge für verschiedene Kombinationen von Mittelwert $S_{aD50\%}$ und logarithmischer Standardabweichung $s_{log,S}$ (Maximum-Likelihood-Methode)

3.3 Auswertung des Treppenstufenversuchs nach Deubelbeiss

Deubelbeiss, [Deub 74], schätzt für jeden gefahrenen Versuchspunkt mit Hilfe einer Abschätzgleichung eine Ausfallwahrscheinlichkeit P_A. Für jeden Versuchspunkt ist damit ein Wertepaar aus Amplitude (Lasthorizont) und Ausfallwahrscheinlichkeit P_A bekannt, **Abbildung 7**. Die Wertepaare werden in ein Wahrscheinlichkeitspapier eingetragen und eine lineare Regression durchgeführt, **Abbildung 7**. Aus dem Wahrscheinlichkeitspapier lassen sich Mittelwert $S_{aD50\%}$ und logarithmische Standardabweichung $s_{log,S}$ ablesen.

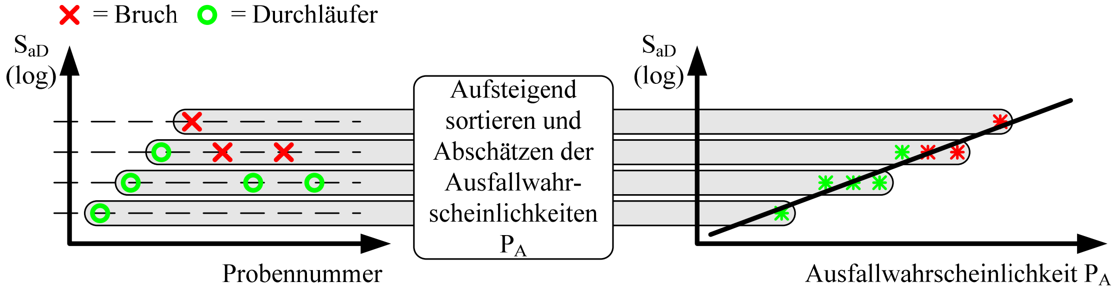


Abbildung 7: Prinzip einer Treppenstufenversuchsauswertung nach Deubelbeiss

Ab einem Stichprobenumfang von $n \geq 25$ erfolgt die Abschätzung der Ausfallwahrscheinlichkeiten nicht mehr je Probe sondern je Horizont, [Deub 74]. Wie auch das Verfahren nach Maximum-Likelihood bezieht Deubelbeiss alle Versuchspunkte in die Auswertung mit ein. Bei Deubelbeiss wird wie bei Hück nicht zwischen Bruch und Durchläufer unterschieden. Daher besteht prinzipiell die Möglichkeit der Versuchsfolge einen fiktiven Versuch anzuhängen. In [Deub 74] wird darauf verzichtet. Dies soll auch hier gelten.

3.4 Kombinierte Methode nach Klubberg

Die von Klubberg, [Klub 95], vorgestellte Methode stellt eine Kombination aus Treppenstufenverfahren und Abgrenzungsverfahren dar, **Abbildung 8**. Aus einem reinen Treppenstufenversuch wird der Mittelwert $S_{aD50\%}$, z.B. nach [Hück 83], geschätzt, **Abbildung 8**. Auf dem höchsten oder niedrigsten belegten Lasthorizont des Treppenstufenversuchs werden zusätzliche Proben gefahren und dieser Lasthorizont dadurch mit weiteren Versuchsergebnissen aufgefüllt, **Abbildung 8**. Für den aufgefüllten Lasthorizont wird eine Ausfallwahrscheinlichkeit P_A (z.B. nach Rossow, [Ross 64]) geschätzt. Dieses Wertepaar liefert in Kombination mit dem Mittelwert $S_{aD50\%}$ die logarithmische Standardabweichung $s_{log,s}$ mittels Rechnung oder Ablesen im Wahrscheinlichkeitspapier, **Abbildung 8**.

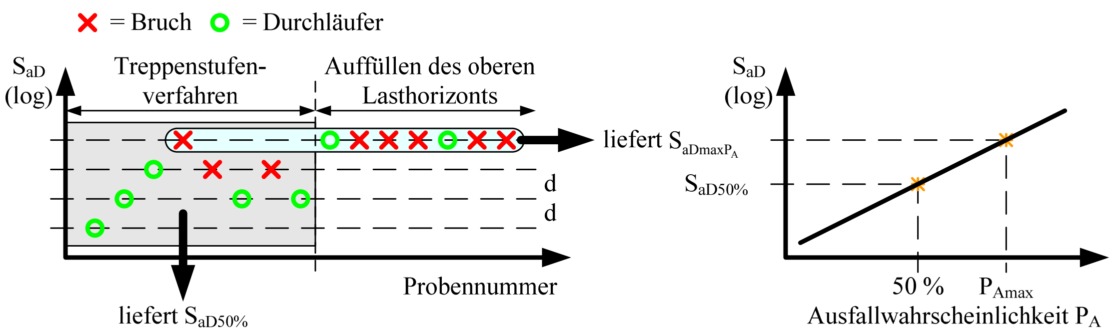


Abbildung 8: Durchführung und Auswertung von Dauerfestigkeitsversuchen mit der kombinierten Methode nach Klubberg

Durch das gezielte Platzieren von zusätzlichen Versuchspunkten entfernt vom Mittelwert ist zu erwarten, dass die Standardabweichungsschätzung eine erhöhte Güte besitzt, [Klub 95].

4 Bewertung der Auswertemethoden

Die vorgestellte Methode zur Simulation von Treppenstufenfolgen basiert auf Zufallsereignissen. Daher muss die Simulation ausreichend oft wiederholt werden, um statistisch belastbare Aussagen ableiten zu können, **Abbildung 9**. Für jede einzelne simulierte Treppenstufenfolge werden der mit einer Auswertemethode geschätzte Mittelwert und die geschätzte Standardabweichung auf die Vorgabewerte (Grundgesamtheit) bezogen, **Abbildung 9**. Aus den gebildeten Verhältnissen können für die Mittelwert- und die Standardabweichungsschätzungen je eine mittlere Treffsicherheit (50%-Quantil) und eine Schätzgüte (Streuspanne T) berechnet werden, **Abbildung 9**. Die Streuspanne T ist das Verhältnis aus 90%-Quantil und 10%-Quantil. Im durch die Streuspanne T aufgespannten Bereich liegen 80 % aller Ergebnisse. Die bestmögliche (theoretische) Streuspanne ist T = 1.

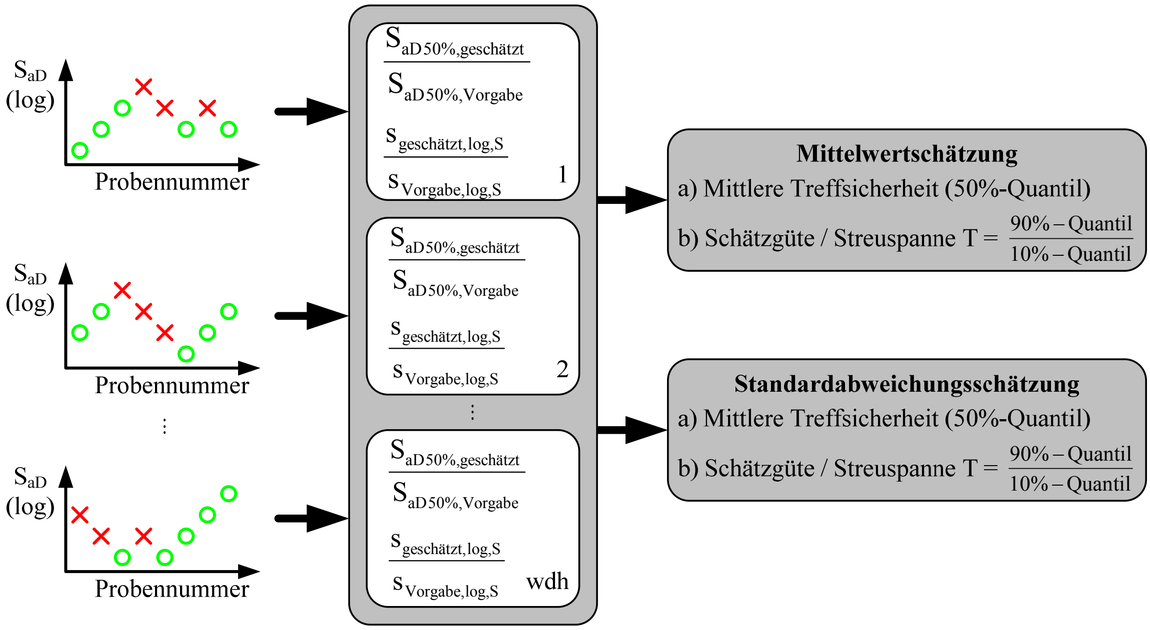


Abbildung 9: Prinzip zur Bewertung der Simulationsergebnisse

Die nachfolgenden Ergebnisse werden in Abhängigkeit des zu Beginn des Versuchs vorhandenen Stichprobenumfangs n dargestellt. Der auswertbare Stichprobenumfang kann für die Methode nach Hück im Einzelfall durch die Aufbereitung der Treppenstufenfolge kleiner sein.

Im Folgenden werden bei der Standardabweichungsschätzung zwei Fälle unterschieden:

1. Auswertung von Treppenstufenfolgen, die nach Hück, Maximum-Likelihood und Deubelbeiss bezüglich der Standardabweichung auswertbar sind (gefilterte Auswertung)
2. Auswertung von Treppenstufenfolgen, die nach Maximum-Likelihood und Deubelbeiss bezüglich der Standardabweichung auswertbar sind (ungefilterte Auswertung)

Für die Auswertemethode nach Hück kann es aufgrund des begrenzten „Korrekturdiagramms“ dazu kommen, dass die Standardabweichung nicht geschätzt werden kann, [Hück 83]. Mit dem Korrekturdiagramm lassen sich nur

Standardabweichungen schätzen, für die das Verhältnis aus geschätzter Standardabweichung $s_{log,S}$ zu Stufensprung d zwischen 0,5 und 6,0 liegt, $0{,}5 \leq s_{log,S} / d \leq 6$. Die Treppenstufenfolge wird bei anderen Verhältnissen verworfen und eine neue generiert. Dadurch kommt es zu einer Filterung der Treppenstufenfolgen. Für die Mittelwertschätzung findet keine Filterung statt.

4.1 Ergebnisse für die Schätzung des Mittelwerts

Abbildung 10 und **Abbildung 11** zeigen die mittlere Treffsicherheit bzw. die Schätzgüte des Mittelwerts. Dabei wurde eine für Schwingfestigkeitsversuche typische mittlere logarithmische Standardabweichung von $s_{Vorgabe,log,S,50\%} = 0{,}04$ der Dauerfestigkeit, [FKM 12], verwendet. Hier sei nochmals erwähnt, dass die logarithmische Standardabweichung $s_{Vorgabe,log,S}$ in der Simulation wie auch in der Praxis einer Streuung unterlegen ist. Der Stufensprung d wurde so gewählt, dass er der mittleren logarithmischen Standardabweichung $s_{Vorgabe,log,S,50\%}$ entspricht ($s_{Vorgabe,log,S,50\%} / d = 1$).

Alle untersuchten Auswertemethoden schätzen den Mittelwert erwartungstreu, **Abbildung 10**, und mit einer vergleichsweise kleinen Streuspanne, **Abbildung 11**. Bereits bei kleinen Stichprobenumfängen wie z.B. n = 10 weichen 80 % aller geschätzten Mittelwerte um weniger als Faktor 1,07 ($T = 1{,}07^2 = 1{,}14$) von der Vorgabe $S_{aD50\%,Vorgabe}$ ab, **Abbildung 11**. Der Mittelwert kann auch mit sehr kleinen Stichprobenumfängen geschätzt werden. Jedoch kann dann der Wiedereinsatz von Durchläufern nötig sein, um einen ausreichend großen Anteil an auswertbaren Treppenstufenfolgen zu erhalten, [Müll 12].

Die Wahl des Stufensprungs d hat einen vergleichsweise geringen Einfluss auf die Effizienz der Mittelwertschätzung für typische Verhältnisse von logarithmischer Standardabweichung zu Stufensprung, $0{,}5 \leq s_{Vorgabe,log,S,50\%} / d \leq 2$ (hier nicht weiter gezeigt).

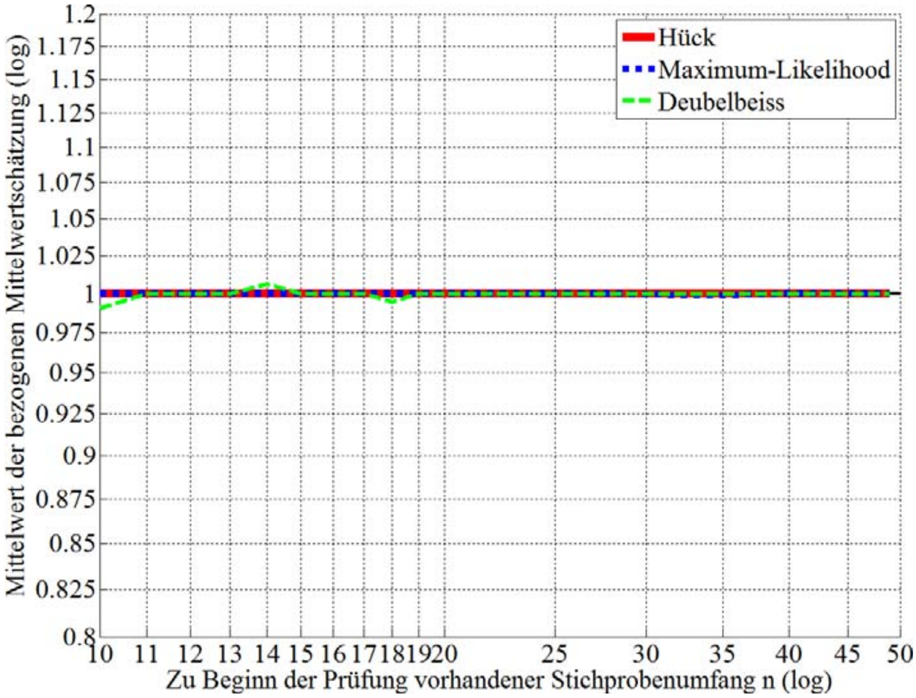


Abbildung 10: Mittlere Treffsicherheit der bezogenen Mittelwertschätzung, $s_{Vorgabe,log,S,50\%} = 0{,}04$, $s_{Vorgabe,log,S,50\%} / d = 1{,}0$

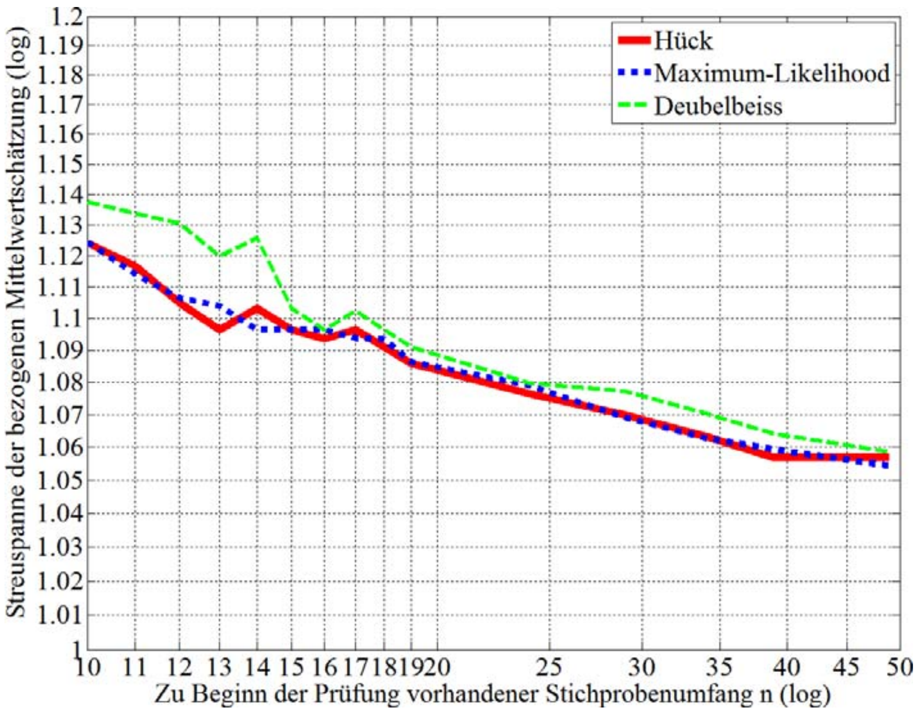


Abbildung 11: Schätzgüte (Streuspanne T) der bezogenen Mittelwertschätzung, $s_{Vorgabe,log,S,50\%}$ = 0,04, $s_{Vorgabe,log,S,50\%}$ / d = 1,0

Tabelle 1 gibt Richtwerte für den mindestens einzusetzenden Stichprobenumfang n an, um unterschiedliche Treffsicherheiten erreichen zu können. Die Angaben in **Tabelle 1** sind abhängig von den Simulationsparametern und wurden sorgfältig mit einer Tendenz zur sicheren Seite gewählt. Sollen bei der Mittelwertschätzung vier von fünf Schätzungen um maximal 5 % (Faktor 1,05) von der Grundgesamtheit abweichen, ist ein Stichprobenumfang von mindestens n = 15 erforderlich, **Tabelle 1**.

Einzusetzender Mindeststichprobenumfang n	Streuspanne T	Faktor zwischen mittlerer Treffsicherheit und 90%-Quantil (= $T^{0,5}$)
6	1,18	1,09
8	1,16	1,08
10	1,14	1,07
15	1,11	1,05
20	1,09	1,04

Tabelle 1: Richtwerte für den einzusetzenden Mindeststichprobenumfang n zur Erreichung unterschiedlicher Schätzgüten des Mittelwerts bei $s_{Vorgabe,log,S,50\%}$ = 0,04, $s_{Vorgabe,log,S,50\%}$ / d = 1,0

4.2 Ergebnisse für die Schätzung der Standardabweichung

4.2.1 Schätzung der Standardabweichung mit den Methoden nach Hück, Maximum-Likelihood und Deubelbeiss

Im Gegensatz zur Mittelwertschätzung ist die Schätzung der Standardabweichung mit großen Unsicherheiten behaftet. Nicht alle Auswertemethoden liefern bei praxisrelevanten Stichprobenumfängen erwartungstreue Standardabweichungsschätzungen, **Abbildung 12**. Maximum-Likelihood und Deubelbeiss unterschätzen die Standardabweichung im Mittel. Hück liefert ab $n > 15$ nahezu erwartungstreue Schätzungen. Die mittlere Treffsicherheit der Standardabweichungsschätzung ist für alle Auswertemethoden abhängig vom vorliegenden Verhältnis von $s_{Vorgabe,log,S,50\%}$ / d, **Abbildung 13**.

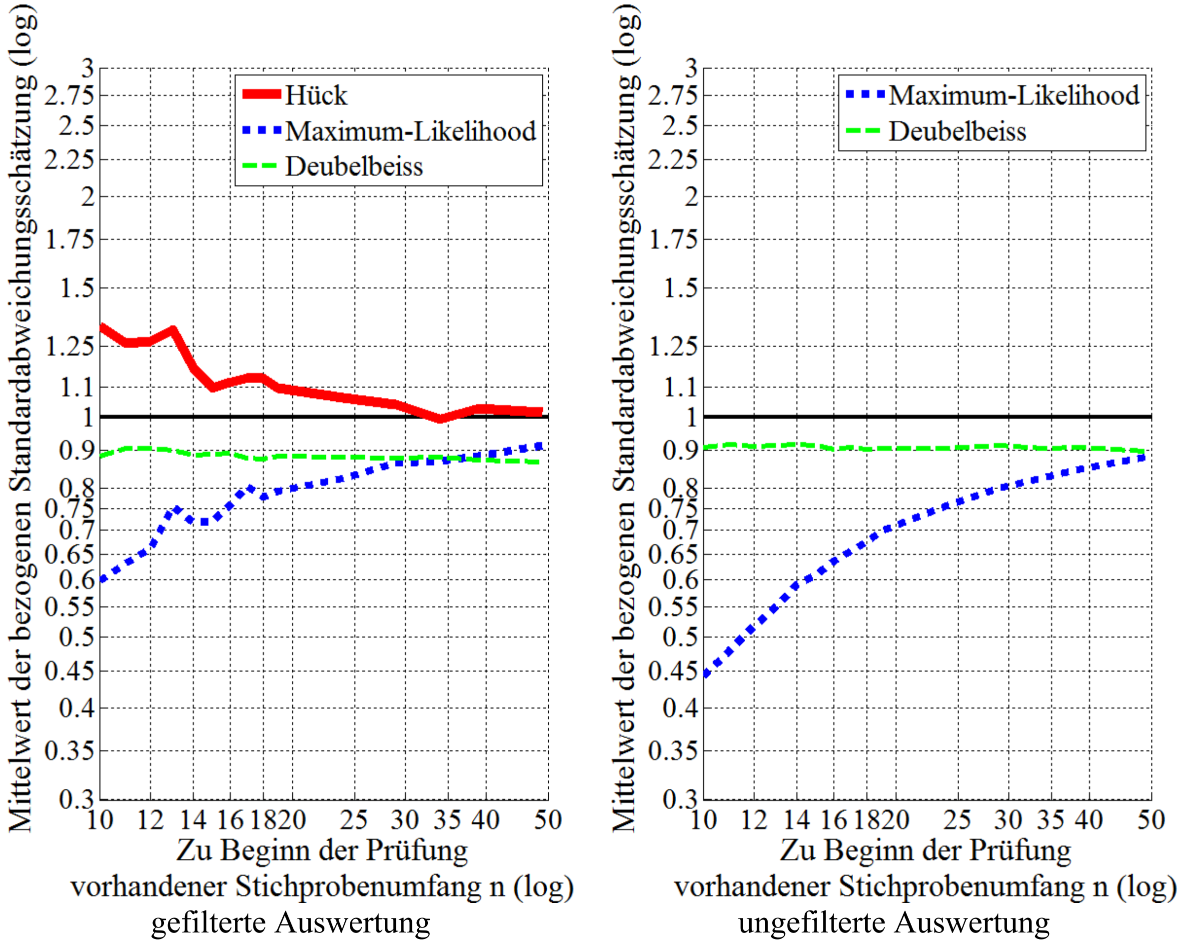


Abbildung 12: Mittlere Treffsicherheit der bezogenen Standardabweichungsschätzung
$s_{Vorgabe,log,S,50\%}$ = 0,04, $s_{Vorgabe,log,S,50\%}$ / d = 1,0

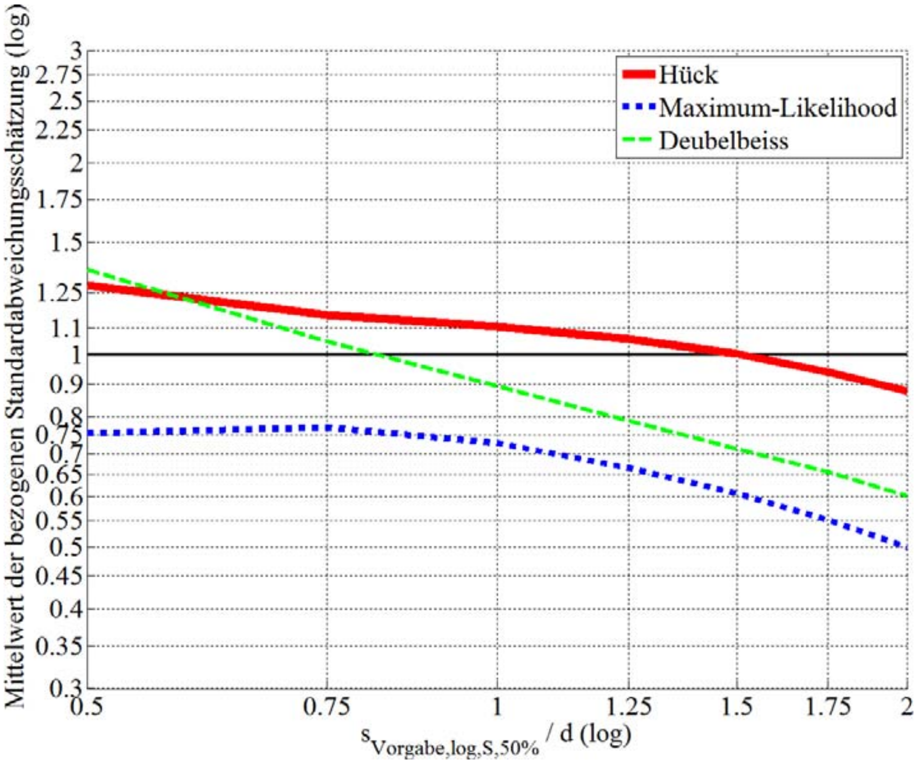


Abbildung 13: Mittlere Treffsicherheit der bezogenen Standardabweichungsschätzung für unterschiedliche Stufensprünge d bei festem Stichprobenumfang $s_{Vorgabe,log,S,50\%}$ = 0,04, n = 15; gefilterte Auswertung

Die Schätzgüte der Standardabweichungsschätzung ist deutlich schlechter als bei der Mittelwertschätzung, **Abbildung 14**. Bei der Mittelwertschätzung werden im betrachteten Fall n = 10 eingesetzte Proben benötigt, um einer Streuspanne von T = 1,14 zu erreichen, **Tabelle 1**. Für eine gleiche Schätzgüte im Falle der Standardabweichungsschätzung wäre ein einzusetzender Stichprobenumfang von $n \approx 1300$ erforderlich. Im Bereich der oft verwendeten Stichprobenumfänge $n < 20$ kann jede 5. Schätzung um mehr als Faktor 3,0 (T = 9) von der mittleren Treffsicherheit abweichen, **Abbildung 14 rechts**.

Deubelbeiss weist von allen Auswertemethoden für die untersuchten Stichprobenumfänge die kleinsten Streuspannen aus, **Abbildung 14**, insbesondere im Bereich kleiner Stichprobenumfänge $n < 20$. Die Methode nach Deubelbeiss reagiert jedoch empfindlich auf eine Veränderung des Stufensprungs, **Abbildung 13**. Ist das Verhältnis $s_{Vorgabe,log,S,50\%} / d \ll 1$ (großer Stufensprung) kommt es im Mittel zu einer starken Überschätzung der Standardabweichung, **Abbildung 13**. Für Verhältnisse $s_{Vorgabe,log,S,50\%} / d \gg 1$ (kleiner Stufensprung) gilt Umgekehrtes, **Abbildung 13**. Maximum-Likelihood reagiert ebenfalls auf eine Veränderung des Stufensprungs, **Abbildung 13**, ist aber asymptotisch erwartungstreu. Hück ist von den untersuchten Auswertemethoden am robustesten gegen eine Veränderung des Stufensprungs, **Abbildung 13**.

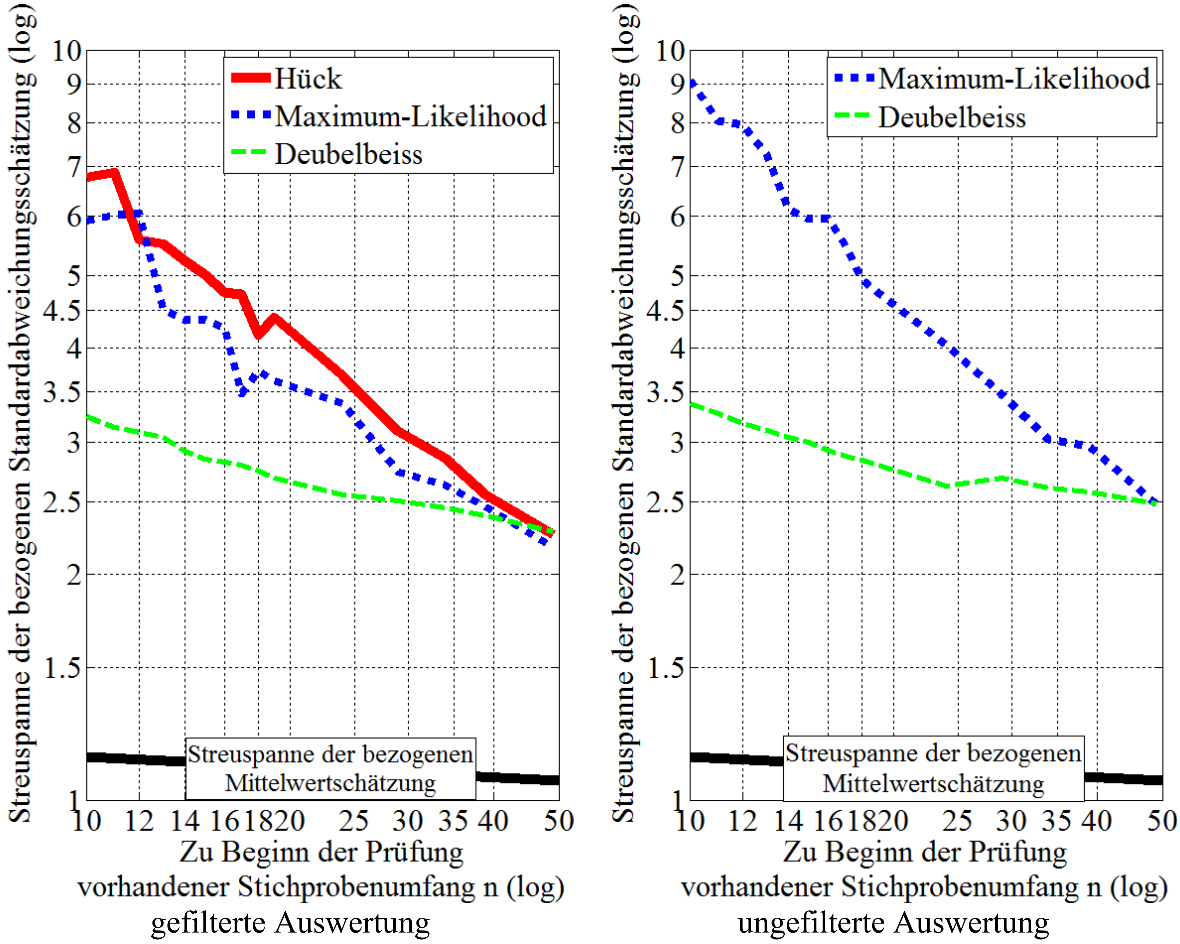


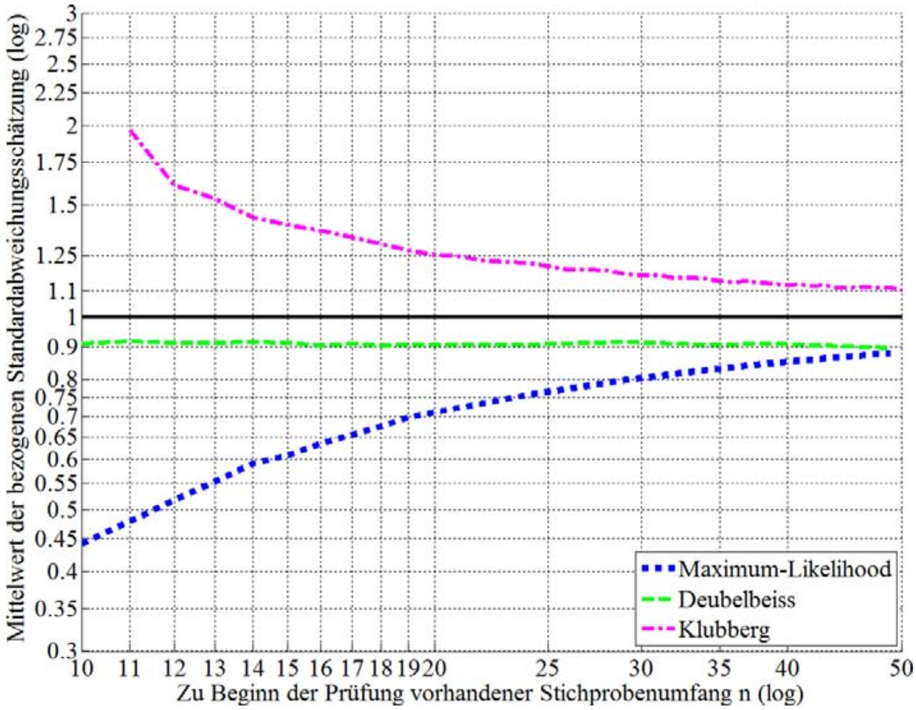
Abbildung 14: Schätzgüte (Streuspanne T) der bezogenen Standardabweichungsschätzung, $s_{Vorgabe,log,S,50\%} = 0{,}04$, $s_{Vorgabe,log,S,50\%} / d = 1{,}0$

4.2.2 Schätzung der Standardabweichung mit der kombinierten Methode nach Klubberg

Bei der kombinierten Methode nach Klubberg, [Klub 95], besteht die Erwartung, die Standardabweichung mit einer höheren Güte schätzen zu können. Die kombinierte Methode benötigt zur Auswertung den mit einer anderen Methode geschätzten Mittelwert. Hier wird zur Mittelwertschätzung die Methode nach Hück, [Hück 83], angewendet.

Wie gezeigt wurde, ergeben sich im Falle der Mittelwertschätzung bereits bei geringen Stichprobenumfängen kleine Streuspannen. Hier werden daher Treppenstufenfolgen mit Stichprobenumfang $n_{Mittelwert} = 10$ generiert und bezüglich des Mittelwerts mit Hück ausgewertet. Anschließend werden auf dem obersten belegten Lasthorizont, der auch im Anschnitt liegen darf, zusätzliche Versuche simuliert und nach Klubberg die Standardabweichung geschätzt, vgl. **Abbildung 8**. Der zu Beginn der Prüfung vorhandene Stichprobenumfang n setzt sich folglich aus zwei Teilen zusammen: $n_{Mittelwert}$ Proben zur Mittelwertabschätzung nach Hück plus zusätzlich Proben, die auf dem obersten Lasthorizont geprüft werden.

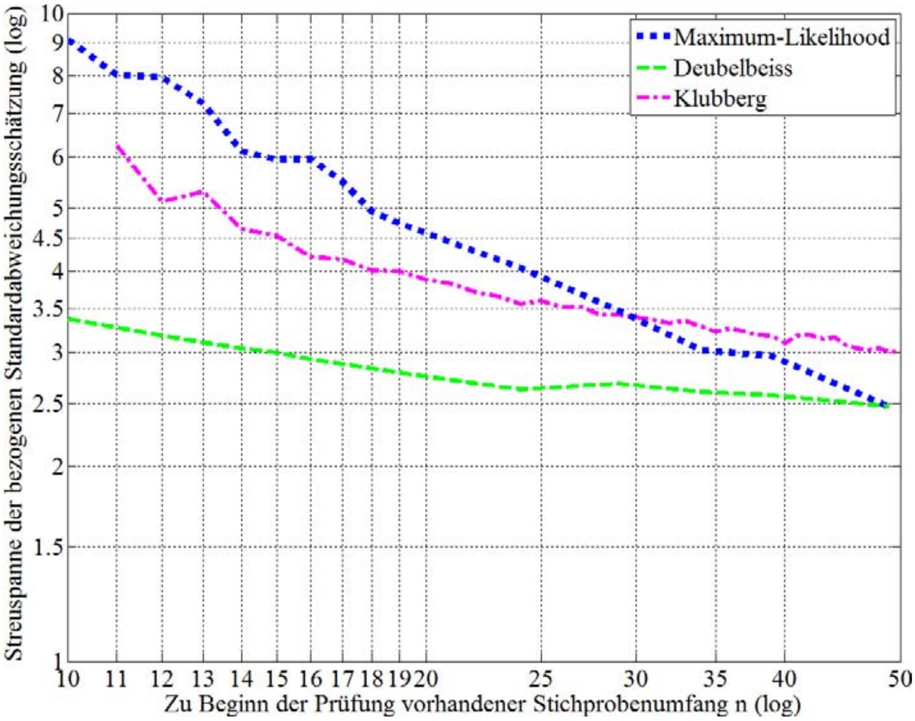
Abbildung 15 ist zu entnehmen, dass die mittlere Treffsicherheit der kombinierten Methode stark davon abhängt wie viele Proben auf dem obersten Lasthorizont zusätzlich gefahren werden. Die kombinierte Methode liefert im untersuchten Fall Standardabweichungen, die im Mittel auf der sicheren Seite liegen, **Abbildung 15**. Die mittlere Überschätzung der Standardabweichung wird umso geringer, je höher der zusätzliche Probeneinsatz auf dem oberen Lasthorizont ist, **Abbildung 15.** Weiterhin reagiert die kombinierte Methode wie die anderen auf eine Veränderung des Stufensprungs, (hier nicht weiter gezeigt).



$n_{Mittelwert}$ = 10, ungefilterte Auswertung

Abbildung 15: Mittlere Treffsicherheit der bezogenen Standardabweichungsschätzung für die kombinierte Methode nach Klubberg, $s_{Vorgabe,log,S,50\%}$ = 0,04, $s_{Vorgabe,log,S,50\%}$ / d = 1,0

Die Schätzgüte der Standardabweichungsschätzung, **Abbildung 16**, ist für die häufig verwendeten Gesamtstichprobenumfänge von n < 25 besser als bei Maximum-Likelihood. Die Streuspanne der bezogenen Standardabweichungsschätzung liegt aber für übliche Stichprobenumfänge weiterhin bei Werten von T > 4, **Abbildung 16**. Das bedeutet, dass jede 5. Schätzung um mehr als Faktor 2,0 von der mittleren Treffsicherheit abweicht.



$n_{Mittelwert}$ = 10, ungefilterte Auswertung

Abbildung 16: Schätzgüte (Streuspanne T) der bezogenen Standardabweichungsschätzung für die kombinierte Methode nach Klubberg
$s_{Vorgabe,log,S,50\%}$ = 0,04, $s_{Vorgabe,log,S,50\%}$ / d = 1,0

5 Zusammenfassung

Mit Hilfe von Simulationen werden Methoden zur Auswertung von Dauerfestigkeitsversuchen mit dem Treppenstufenverfahren bezüglich ihrer Treffsicherheit untersucht. Dabei werden mittlere Treffsicherheit und Schätzgüte für die Schätzung von Mittelwert und Standardabweichung von logarithmischen Normalverteilungen bewertet. Analysiert werden die Methoden nach Hück, Maximum-Likelihood, Deubelbeiss und Klubberg (nur Standardabweichung).

Das Treppenstufenverfahren ist eine praktikable Lösung zur Schätzung des Mittelwerts. Alle Auswertemethoden liefern vergleichbare Ergebnisse. Die Auswertung bezüglich des Mittelwerts kann daher nach einer beliebigen der vorgestellten Methoden erfolgen. Werden z.B. n = 10 Proben zur Mittelwertschätzung eingesetzt, dann weicht eine von fünf Schätzung um mehr als Faktor 1,07 von der Grundgesamtheit ab (unter den genannten Simulationsbedingungen). Die Mittelwertschätzung kann bei verminderter Schätzgüte auch mit Stichprobenumfängen n < 10 erfolgen. Der Anteil nicht auswertbarer Versuchsfolgen steigt dann jedoch stark an. Der Wiedereinsatz von Durchläufern kann eine Abhilfe schaffen, [Müll 12].

Die Schätzung der Standardabweichung gilt allgemein als schwieriger als die Mittelwertschätzung. Die im Vergleich zum Mittelwert deutlich schlechtere Schätzung der Standardabweichung ist damit kein alleiniges Problem des Treppenstufenverfahrens und der verwendeten Auswertemethoden. Werden an die Standardabweichungsschätzung ähnliche Anforderungen wie an die Mittelwertschätzung gestellt, dann werden Stichprobenumfänge von n >> 1000 notwendig (unter den genannten realitätsähnlichen Simulationsbedingungen). Derart große Stichprobenumfänge sind in Schwingfestigkeitsversuchen in der Regel nicht zu realisieren.

Zusätzlich zur geringeren Schätzgüte der Standardabweichungsschätzung zeigt sich für alle Auswertemethoden eine Abhängigkeit der mittleren Treffsicherheit vom gewählten Stufensprung.

Soll die Standardabweichungsschätzung dennoch aus dem Treppenstufenversuch erfolgen, dann ist die Auswertemethode nach Hück aufgrund ihrer nahezu erwartungstreuen Standardabweichungsschätzung zu empfehlen. Ein ausreichend großer Stichprobenumfang und gegebenenfalls notwendige Sicherheitsfaktoren sind anzuwenden. Die Verwendung von Literaturwerten für die logarithmische Standardabweichung, z.B. [Aden 01] und [Haib 06], kann eine Alternative darstellen. Bei stark streuenden Versuchen ist eine Erhöhung des Stichprobenumfangs in Betracht zu ziehen, um Standardstreuungen aus der Literatur bestätigen zu können. Im Zweifelsfall ist die Standardabweichung konservativ anzunehmen.

Literaturverzeichnis

[Aden 01] R. Adenstedt
Streuung der Schwingfestigkeit
Dissertationsschrift, Clausthal-Zellerfeld, Papierflieger, 2001

[Berg 99] J. Bergmann, R. Thumser
Synthetische Wöhlerlinien für Eisenwerkstoffe
Forschungsbericht P 249, Studiengesellschaft Stahlanwendungen e.V., Verlag und Vertriebsgesellschaft mbH, Düsseldorf, 1999

[Buxb 92] O. Buxbaum
Betriebsfestigkeit – Sichere und wirtschaftliche Bemessung schwingbruchgefährdeter Bauteile
2. Auflage, Stahleisen, Düsseldorf, 1992

[Deub 74] E. Deubelbeiss
Dauerfestigkeitsversuche mit einem modifizierten Treppenstufenverfahren
Materialprüfung 16, 1974, S. 240-244

[Dixo 48] W. Dixon, A. Mood
A method for obtaining and analyzing sensitivity data
Journal of the American statistical Association 43, 1948, S. 108-126

[Euli 99] K.-G. Eulitz
Beurteilung der Zuverlässigkeit von Lebensdauervorhersagen nach dem Nennspannungskonzept und dem Örtlichen Konzept anhand einer Sammlung von Betriebsfestigkeitsversuchen
Habilitationsschrift, TU Dresden, 1999

[Ellm 11] F. Ellmer, K. Hinkelmann, K.-G. Eulitz, A. Esderts
Datenbank und Auswertesystem Betriebsfestigkeit
FKM-Forschungsvorhaben 288, 2001

[Finn 47] D. J. Finney
Probit Analysis: A statistical Treatment of Sigmoid Response Curve
Cambridge University Press, 1947

[FKM 12] R. Rennert, E. Kullig, M. Vormwald, A. Esderts, D. Siegele
Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile
6. Auflage, Forschungskuratorium Maschinenbau, Frankfurt, 2012

[Gude 99] H. Gudehus, H. Zenner
Leitfaden für eine Betriebsfestigkeitsrechnung
4. Auflage, Verlag Stahleisen, Düsseldorf, 1999

[Haib 06] Haibach, E.
Betriebsfestigkeit – Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung
3. Auflage, Springer, Berlin 2006

[Hück 83] M. Hück
Ein verbessertes Verfahren für die Auswertung von Treppenstufenversuchen
Werkstofftechnik 14, 1983, S. 406-417

[Klub 95] F. Klubberg, P. Beiss
Modifizierte Prüf- und Auswertemethodik im Übergangsgebiet zur Dauerschwingfestigkeit
VDI Bericht Nr. 1151, 1995, S. 777-780

[Liu 01] J. Liu
Dauerfestigkeitsberechnung metallischer Werkstoffe
Habilitationsschrift, TU Clausthal, 2001

[Maen 77] W. W. Maennig
Das Abgrenzungsverfahren, eine kostensparende Methode zur Ermittlung von Schwingfestigkeitskennwerten
Materialprüfung 19, 1977, S. 280-289

[Marq 03] C. Marquardt, H. Zenner
Ermittlung von Bauteilwöhlerlinien mittels Künstlicher Neuronaler Netze
FVA Forschungsvorhaben 380, Heft 716, 2003

[Müll 12] C. Müller, K. Hinkelmann, M. Wächter, R. Masendorf, A. Esderts
Zur Wiederverwendung von Durchläufern im Treppenstufenversuch
Materials Testing 54, 2012, S. 789-792

[Ross 64] E. Rossow
Eine einfache Rechenschiebernäherung an die den normal scores entsprechenden Prozentpunkte
Zeitschrift für wirtschaftliche Fertigung; 12-1964; S. 596-597

[Sons 05] C. M. Sonsino
„Dauerfestigkeit“ – eine Fiktion
Z. Konstruktion; 4-2005; S. 87-92